

Όπλιση πλακών

Διαστασιολόγηση σε κάμψη

Γενικά

Κατά τη διαστασιολόγηση επιφανειακών φορέων από οπλισμένο σκυρόδεμα το ζητούμενο είναι η ανάληψη των κύριων εφελκυστικών τάσεων από πλέγμα οπλισμών σε διάταξη, η οποία εν γένει αποκλίνει από τις διεύθυνση των κυρίων τάσεων. Η εξαγωγή των δυνάμεων διαστασιολόγησης σε ρηγματωμένο στοιχείο πλάκας για δεδομένη εξωτερική φόρτιση αποτελεί ένα στατικά αόριστο πρόβλημα, το οποίο επιδέχεται πολλές αποδεκτές λύσεις. Με κριτήριο την οικονομικότητα των οπλισμών έχουν προταθεί διάφορες λύσεις, π.χ. από τους Wood-Armer, Baumann, Denton –Burgoyne.

Στο πρόγραμμα υποστηρίζονται δυο εναλλακτικές μεθοδολογίες:

- Η μεθοδολογία τους παραρτήματος F του EC2-1-1, η οποία έχει προκύψει από τη πρόταση του Th. Baumann [BAUM72], [CONC95] & [LEON77]
- Η κλασική μεθοδολογία των Wood-Armer [WOOD68], [ARME68] & [MACG05].

Μοντέλο υπολογισμού Th. Baumann

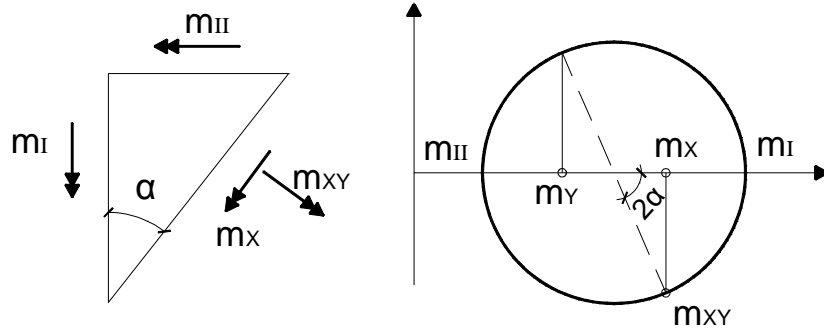
Το μοντέλο Baumann για τον υπολογισμό της διεύθυνσης της ρωγμής και του απαιτούμενου οπλισμού βασίζεται στην ελαχιστοποίηση του έργου παραμόρφωσης. Χαρακτηριστικό του μοντέλου Baumann είναι ότι η διαστασιολόγηση της πλάκας σε κάμψη ανάγεται σε πρόβλημα διαστασιολόγησης ισοδύναμων δίσκων υπό ορθές δυνάμεις.

Παραδοχές

- Ο υπολογισμός των εσωτερικών δυνάμεων βασίζεται στην γραμμική-ελαστική συμπεριφορά των υλικών.
- Η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος αμελείται
- Διατμητικές τάσεις στη θλιβόμενη ζώνη δεν λαμβάνονται υπόψη διότι προκαλούν μόνο κύριες εφελκυστικές τάσεις

Μεθοδολογία

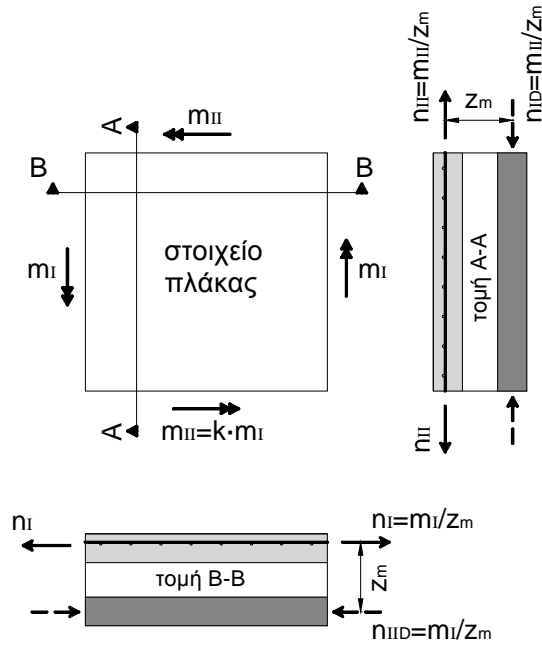
Αρχικά προσδιορίζεται η καμπτική ένταση του στοιχείου στο κύριο σύστημα με τη θεωρία του Mohr. Η κύρια ροπή m_I θα προκύπτει πάντα θετική.



Σχήμα 4.1: Μετατροπή καμπτικών ροπών από το σύστημα X-Y στο κύριο I-II.

Η καμπτική καταπόνηση του στοιχείου πλάκας από τις κύριες ροπές m_I και m_{II} ($m_I > m_{II}$) παριστάνεται από τις κύριες αξονικές δυνάμεις $n_I = m_I/z_m$ και $n_{II} = m_{II}/z_m$ στην εφελκυσόμενη λόγω κάμψης ζώνη και από τις $n_{IID} = -m_I/z_m$ και $n_{IID} = -m_{II}/z_m$ στη θλιβόμενη λόγω κάμψης ζώνη. Βλ. σχ. 4.2. Ο μέσος μοχλοβραχίονας z_m των εσωτερικών δυνάμεων λαμβάνεται ίσος με 0,8-0,9 του στατικού ύψους.

Σε περίπτωση που η m_{II} προκύπτει αρνητική, τότε απαιτείται εφελκυσμένος οπλισμός και στην θλιβόμενη λόγω κάμψης ζώνη.

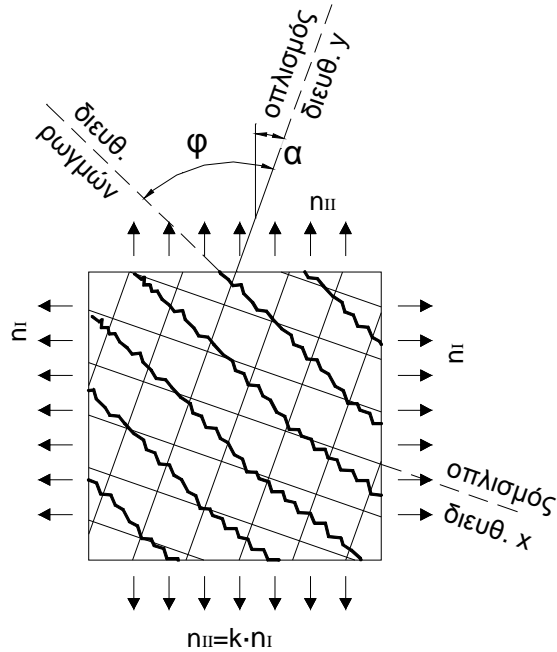


Σχήμα 4.2: Μετατροπή των κύριων καμπτικών ροπών σε μεμβρανική δράση ισοδύναμων δίσκων

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα ρηγματωμένο επιφανειακό στοιχείο με σπλισμό διατεταγμένο σε δυο ορθογωνικές διευθύνσεις x-y.

α : η γωνία του σπλισμού y ως προς τη διεύθυνση της μεγαλύτερης κύριας εφελκυστικής δύναμης n_I .

φ : η γωνία της διεύθυνσης της ρωγμής φ ως προς τον σπλισμό y.



Σχήμα 4.3: Ρηγματωμένο επιφανειακό στοιχείο με ορθογωνικό πλέγμα οπλισμών x - y υπό δεδομένη κύρια μεμβρανική εφελκυστική ένταση n_I & n_{II} .

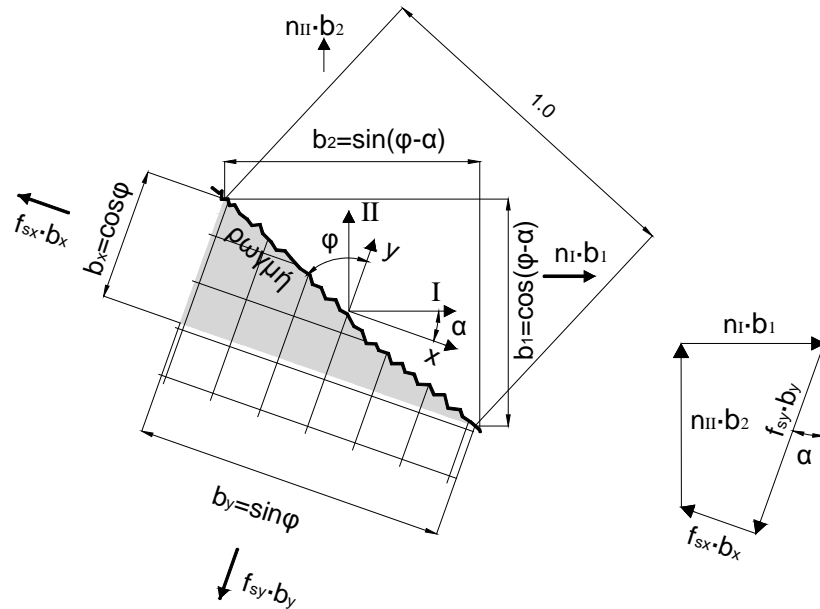
Επιλέγοντας γωνία ϕ οι εφελκυστικές δυνάμεις στους οπλισμούς και η θλιπτική δύναμη στο σκυρόδεμα, προκύπτουν από τις συνθήκες ισορροπίας κατά μήκος της ρωγμής και κάθετα σε αυτή. Βλ. σχ. 4.4 & 4.5.

- Από το δυναμοπολύγωνο ισορροπίας δυνάμεων σε μια τομή μοναδιαίου μήκους παράλληλα στη ρωγμή (Βλ. σχ. 4.4) λαμβάνουμε τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$n_I \cdot b_1 - f_{SX} \cdot b_X \cdot \cos \alpha - f_{SY} \cdot b_Y \cdot \sin \alpha = 0$$

$$n_{II} \cdot b_2 - f_{SY} \cdot b_Y \cdot \cos \alpha + f_{SX} \cdot b_X \cdot \sin \alpha = 0$$

Αποδεικνύεται ότι η ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου οπλισμού προκύπτει για διάταξη του οπλισμού παράλληλα στην διεύθυνση που αναπτύσσεται η κύρια ένταση.



Σχήμα 4.4: Δυναμοπολύγωνο ισορροπίας δυνάμεων σε μοναδιαίο μήκος ρωγμής.

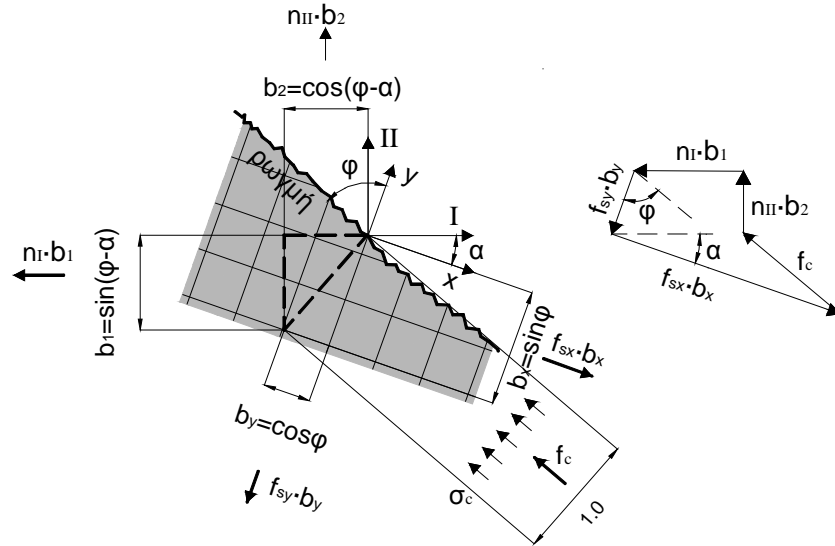
- Θεωρώντας μοναδιαία τομή κάθετη στις ρωγμές (Βλ. σχ. 4.5) τότε στην ισορροπία των δυνάμεων υπεισέρχεται και η θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος. Από το δυναμοπολύγωνο λαμβάνουμε την ακόλουθη εξίσωση.

$$f_c = - n_I \cdot b_1 \cdot \sin(\varphi - \alpha) - n_{II} \cdot b_2 \cdot \cos(\varphi - \alpha) + f_{sx} \cdot b_x \cdot \sin\varphi + f_{sy} \cdot b_y \cdot \cos\varphi$$

Οι τάσεις στο σκυρόδεμα θα πρέπει να περιορίζονται από την τιμή

$$0,6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd} \text{ Βλ. EC2-1-1 παράρτ. F.}$$

Εφόσον σε κάποιο στοιχείο έχουμε υπέρβαση της μέγιστης επιτρεπόμενης τάσης σκυροδέματος, τότε στη θέση αυτή δεν εξάγεται οπλισμός.



Σχήμα 4.5: Δυναμοπολύγωνο ισορροπίας δυνάμεων σε μοναδιαίο πλάτος θλιβόμενης ζώνης μεταξύ ρωγμών.

Στο πρόγραμμα τα εντατικά μεγέθη διαστασιολόγησης της μεθοδολογίας Baumann εκφράζονται σε όρους ροπής αναφορικά με τη διεύθυνση των οπλισμών. Με δεδομένες, λοιπόν, τις ροπές της ανάλυσης m_x , m_y και m_{xy} στο ορθογωνικό σύστημα $x-y$ (ή $1-2$) του πλέγματος των οπλισμών, προκύπτουν για την άνω και κάτω ίνα της πλάκας οι ροπές διαστασιολόγησης των οπλισμών.

Περιγραφή	Ροπή σχεδιασμού	Συνθήκη υπολογισμού
m1D+ (κάτω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 1 κάτω ίνας	$mx + mxy $	για $mx \leq my$ & $mx \geq - mxy $ ή για $mx > my$ & $my \geq - mxy $
	0	για $mx \leq my$ & $mx < - mxy $
	$mx + \frac{mxy^2}{ my }$	για $mx > my$ & $my < - mxy $
m2D+ (κάτω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 2 κάτω ίνας	$my + mxy $	για $mx \leq my$ & $mx \geq - mxy $ ή για $mx > my$ & $my \geq - mxy $
	$my + \frac{mxy^2}{ mx }$	για $mx \leq my$ & $mx < - mxy $
	0	για $mx > my$ & $mx < - mxy $
mcD+ (κάτω) Ροπή σχεδιασμού της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος (κάτω ίνα)	$-2 * mxy $	για $mx \leq my$ & $mx \geq - mxy $ ή για $mx > my$ & $my \geq - mxy $
	$mx - \frac{mxy^2}{ mx }$	για $mx \leq my$ & $mx < - mxy $
	$my - \frac{mxy^2}{ my }$	για $mx > my$ & $mx < - mxy $
m1D- (άνω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 1 άνω ίνας	$-mx + mxy $	για $mx \leq my$ & $my \leq mxy $ ή για $mx > my$ & $mx \leq mxy $
	$-mx + \frac{mxy^2}{ my }$	για $mx \leq my$ & $my > mxy $
	0	για $mx > my$ & $mx > mxy $
m2D- (άνω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 2 άνω	$-my + mxy $	για $mx \leq my$ & $my \leq mxy $ ή για $mx > my$ & $mx \leq mxy $
	0	για $mx \leq my$ & $my > mxy $

ίνας	$-my + \frac{mxy^2}{ mx }$	για $mx > my$ & $mx > mxy $
mcD- (άνω) Ροπή σχεδιασμού της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος (άνω ίνα)	$-2 * mxy $	για $mx \leq my$ & $my \leq mxy $ ή για $mx > my$ & $mx \leq mxy $
	$-my - \frac{mxy^2}{ my }$	για $mx \leq my$ & $my > mxy $
	$-mx - \frac{mxy^2}{ mx }$	για $mx > my$ & $mx > mxy $

Πίνακας 4.1: Μέθοδος EC2 (Baumann). Ροπή σχεδιασμού οπλισμού m1D, m2D και σκυροδέματος mcD άνω και κάτω ίνας πλάκας στις δοθείσες διευθύνσεις οπλισμών x-y (ή 1-2), βάσει των εντατικών μεγεθών mx, my και mxy.

Μοντέλο υπολογισμού Wood-Armer

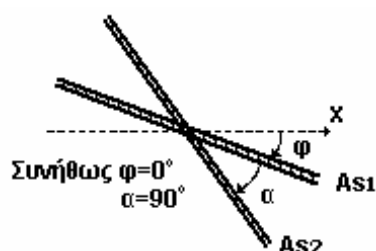
Περιγραφή	Ροπή σχεδιασμού	Συνθήκη υπολογισμού
m1D+ (κάτω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 1 κάτω ίνας	$mx + mxy $	για $mx \geq - mxy $
	0	για $mx < - mxy $
m2D+ (κάτω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 2 κάτω ίνας	$my + mxy $	για $mx \geq - mxy $
	$my + \frac{mxy^2}{ mx }$	για $mx < - mxy $
mcD+ (κάτω) Ροπή σχεδιασμού της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος (κάτω ίνα)	$-2 * mxy $	
m1D- (άνω) Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 1 άνω ίνας	$-mx + mxy $	για $my \leq mxy $
	$-mx + \frac{mxy^2}{ my }$	για $my > mxy $

m2D- (άνω)	$-m_y + m_{xy} $	για $m_y \leq m_{xy} $
Ροπή σχεδιασμού κατά τη διεύθυνση οπλισμού 2 άνω ίνας	0	για $m_y > m_{xy} $
mcD- (άνω)	$-2 * m_{xy} $	
Ροπή σχεδιασμού της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος (άνω ίνα)		

Πίνακας 4.2: Κλασική μέθοδος (Wood-Armer). Ροπή σχεδιασμού οπλισμού m1D, m2D και σκυροδέματος mcD άνω και κάτω ίνας πλάκας στις δοθείσες διευθύνσεις οπλισμών x-y (ή 1-2), βάσει των εντατικών μεγεθών m_x , m_y και m_{xy} .

Λοξό πλέγμα οπλισμών

Σε περίπτωση που έχει επιλεγεί πλέγμα οπλισμών, όπου οι οπλισμοί σχηματίζουν γωνία διάφορη των 90° μεταξύ τους, τότε στην εξαγωγή των αντίστοιχων μεγεθών διαστασιολόγησης υπαισέρχεται και η σχετική γωνία (λοξότητα) των οπλισμών.



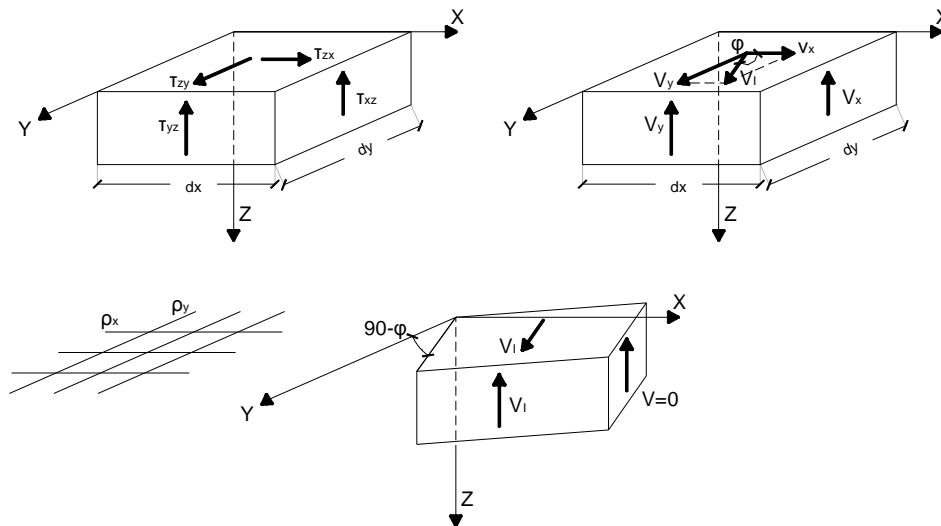
Σχήμα 4.6: Γωνία οπλισμού φ και σχετική γωνία λοξότητας α στρώσεων οπλισμού.

Παρατήρηση: Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται όταν η σχετική γωνία των οπλισμών λαμβάνεται μεγαλύτερη από 120° ή μικρότερη από 60° , διότι σε τέτοια περίπτωση το εύρος ρωγμής ενδέχεται να προκύπτει αρκετά μεγάλο, ενώ η όπλιση καθίσταται **αντιοικονομική**.

Διάτμηση

Διατμητική ένταση

Θεωρούμε στοιχειώδες στοιχείο κελύφους $dx \cdot dz$ και τις διατμητικές τάσεις τ_{yz} & τ_{xz} σε εγκάρσιο και οριζόντιο επίπεδο. Από τις εγκάρσιες διατμητικές δυνάμεις V_x & V_y στο σύστημα συντεταγμένων του υπερστοιχείου XYZ υπολογίζεται η κύρια εγκάρσια διατμητική δύναμη V_1 καθώς και η κατεύθυνση του εγκάρσιου επιπέδου στο οποίο αυτή εμφανίζεται. Πρόκειται για την ένταση σχεδιασμού έναντι τέμνουσας της πλάκας.



Σχήμα 4.7: Διεύθυνση επιπέδου και τιμή και κύριας εγκάρσιας διατμητικής έντασης σχεδιασμού V_1 σε στοιχείο πλάκας βάσει των διατμητικών δυνάμεων στο σύστημα συντεταγμένων του υπερστοιχείου.

η κύρια εγκάρσια διατμητική δύναμη σχεδιασμού V_1 ανά μέτρο μήκους δίνεται από [CEB90] §6.4.2.5:

$$V_{Ed} = V_1 = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

η οποία δρα σε μια κατακόρυφη επιφάνεια η οποία σχηματίζει γωνία βb ως προς το επίπεδο $dy-Z$.

$$\beta b = \arctan(V_y/V_x)$$

Έλεγχος διάτμησης

Στο πρόγραμμα ακολουθείται η μεθοδολογία του EC2-1-1 όπως περιγράφεται στα επόμενα.

Αντοχή σε σύνθλιψη λοξού θλιπτήρα $V_{Rd,max}$

Η μέγιστη τέμνουσα $V_{Rd,max}$ (ή V_{Rd2} του ΕΚΩΣ) που μπορεί να αναληφθεί από το στοιχείο καθορίζεται από τη συντριβή των λοξών θλιπτήρων. Βλ. EC2-1-1 §6.2.3(1)&(3).

$$V_{Rd,max} = a_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta) \quad \text{EC2-1-1 (6.9)}$$

όπου

$\cot \theta = 1,00$ ώστε να μεγιστοποιηθεί η αντοχή

$a_{cw} = 1.0$ για μη προεντεταμένες κατασκευές

$z = 0,9 \cdot d$ προσεγγιστικά

$$v_1 = v = 0,6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad \& f_{ck} \text{ σε Μpa} \quad \text{EC2-1-1 (6.6)}$$

Εφόσον η τέμνουσα σχεδιασμού V_{Ed} υπερβαίνει την $V_{Rd,max}$ θα πρέπει να αυξηθεί το πάχος της διατομής.

Πλάκες χωρίς οπλισμό διάτμησης

Σε περιοχές της πλάκας, όπου η τέμνουσα σχεδιασμού V_{Ed} δεν υπερβαίνει την αντοχή του στοιχείου χωρίς οπλισμό διάτμησησης $V_{Rd,c}$ (ή V_{Rd1} του ΕΚΩΣ), εκεί δεν απαιτείται οπλισμός διάτμησης. Βλ. EC2 1-1, 6.2.1(3).

Η διατμητική αντοχή $V_{Rd,c}$ στην συνήθη περίπτωση απουσίας ορθής έντασης ($\sigma_{cp} \approx 0$) δίδεται από EC2 1-1, 6.2.2:

$$V_{Rd,c} = \max \{ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}; 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \} \cdot d$$

Όπου για τα $C_{Rd,c}$ k και d βλ. EC2-1-1 §6.2.2(1) και

$$\rho_l = \rho_x \cdot \cos^4 \beta_b + \rho_y \cdot \sin^4 \beta_b \leq 2\%$$

ρ_x και ρ_y είναι τα ποσοστά του οπλισμού πλησίον της επιφάνειας που βρίσκεται σε εφελκυσμό. Βλ. [CEB90] § 6.4-12.

Παρατηρήσεις:

Εφόσον σε μια πλάκα εφαρμόζεται οπλισμός διάτμησης θα πρέπει αυτή να έχει πάχος τουλάχιστον 200 mm. Βλ. EC2 1-1, 9.3.2.

Ως διαμήκης οπλισμός λαμβάνεται στο πρόγραμμα ο μεγαλύτερος από τον κατασκευαστικά ελάχιστο και αυτόν που απαιτείται από την ανάλυση σε κάμψη. Ενδέχεται η τοποθέτηση οπλισμού διάτμησης σε πλάκα να είναι ιδιαίτερα δυσχερής. Γι' αυτό στο πρόγραμμα παρέχεται η δυνατότητα να αυξηθεί το ποσοστό του ελάχιστου εφελκόμενου οπλισμού ώστε να αυξηθεί η αντοχή σε τέμνουσα. $V_{rdc} > V_{Ed}$. Σε περιπτώσεις, βέβαια, σχετικά μεγάλης διατμητικής έντασης ενδέχεται η αύξηση του διαμήκους οπλισμού να αποδειχθεί ατελέσφορη αφού διπλασιασμός του ρ_l ισοδυναμεί με αύξηση της αντοχής μόλις κατά 25%.

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης

Στα σημεία που προκύπτει $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ υπολογίζεται οπλισμός διάτμησης με την ακόλουθη διαδικασία:

i. Προσδιορισμός γωνίας λοξού θλιπήρα σκυροδέματος θ :

$$\sin 2\theta = \frac{2 \cdot V_{Ed}}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}} \quad \text{και} \quad 1.0 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

ii. Υπολογισμός συνδετήρων $A_{sw} / m^2 = \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{ywd} \cot \theta}$

Στα αποτελέσματα εκτός από την απαιτούμενη επιφάνεια συνδετήρων A_{sw}/m^2 φαίνεται και η υπολογιζόμενη γωνία θ καθώς και η αντοχή του στοιχείου με οπλισμό διάτμησης V_{Rd} (ή V_{Rd3} του ΕΚΩΣ).

Κατασκευαστικές διατάξεις

Στα τμήματα της πλάκας που απαιτείται οπλισμός διάτμησης εφαρμόζεται από το πρόγραμμα ποσοστό οπλισμού τουλάχιστον ίσο με $0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}} / f_{yk}$. Βλ. EC2-1-1. Ενώ παρέχεται η δυνατότητα να οριστεί διαφορετικό ποσοστό.

Κατά τη διάταξη του οπλισμού στη κάτοψη θα πρέπει να ληφθούν υπόψη από το μελετητή οι απαιτήσεις διαμόρφωσης της EC2-1-1 §9.3.2. Π.χ. η μέγιστη διαμήκης απόσταση μεταξύ διαδοχικών σειρών κατακόρυφων συνδετήρων είναι $0,75d$ και η μέγιστη εγκάρσια απόσταση $1,5d$.

Έλεγχος λειτουργικότητας

Έλεγχος σε βέλος κάμψης

Προκειμένου να ληφθούν υπόψη φαινόμενα ρηγμάτωσης, ερπυσμού και συστολής ξήρανσης προτείνεται στην βιβλιογραφία [VOLL08] η ελαστική ανάλυση με μειωμένο μέτρο ελαστικότητας:

$$E_{C,eff} = \varepsilon \cdot E_C / (1 + \varphi)$$

όπου

- φ είναι ο συντελεστής ερπυσμού, ο οποίος συνήθως λαμβάνεται ίσος με 2,5.
- ο συντελεστής ε λαμβάνει υπόψη τα φαινόμενα της ρηγμάτωσης και της συστολής ξήρανσης. (συνήθως ίσος με 0,5)

Το βέλος που προκύπτει θα πρέπει να ελεγχθεί από το μελετητή βάσει των ορίων που υποδεικνύονται στον κανονισμού, π.χ. 1/250 ή 1/500.